

$$\frac{-FA \cdot q}{Y \times 10} = \frac{(Y/F)^{\Delta} \times 10^q}{Y^{\Delta}} = \frac{(Y/F)^{\Delta} \times 10^q}{Y^{\Delta}} = \frac{Y^{\Delta} \times 10^q}{10^{\Delta} \times Y^{\Delta}} = \frac{Y^{\Delta} \times 10^q}{10^{\Delta} \times Y^{\Delta}} = 10^q$$

$$\frac{1}{(-Y)^F} = (-Y)^F \quad \frac{1}{Y^F} = Y^F$$

$$\frac{F^{\Delta} \times Y^{\Delta-1}}{\Delta^{\Delta} \times Y^{\Delta}} = \frac{10^{\Delta}}{Y^{\Delta} \times \Delta^{\Delta} \times Y^{\Delta}} = \left(\frac{1}{Y}\right)^{\Delta}$$

$$\frac{Y^{\Delta} \times 10^q}{(Y/F)^{\Delta} \times \left(\frac{Y}{\Delta}\right)^{\Delta} \times 10^q} = Y^{\Delta}$$

$$\frac{a}{b} = a \times b^{-1} \quad \frac{a^m}{b^m} = a^m \times b^{-m}$$

$$\frac{Y^{\Delta} \times 10^q \times Y^{\Delta}}{Y^{\Delta} \times 10^q \times Y^{\Delta}} = 1$$

$$Y^{\Delta} \times 10^q \times Y^{\Delta} = Y^{\Delta} \times 10^q \times Y^{\Delta}$$

$$\frac{-1}{Y} + \frac{-1}{Y} + \frac{-1}{Y} + \dots + \frac{-1}{Y} = \frac{-1}{Y} + \frac{-1}{Y} + \frac{-1}{Y} + \dots + \frac{-1}{Y} = A$$

$$YA = 1 + \frac{1}{Y} + \frac{1}{Y} + \dots + \frac{1}{Y}$$

$$\frac{Y^{\Delta} \times 10^q}{Y^{\Delta} \times Y^{\Delta}} = \frac{Y^{\Delta} \times 10^q}{Y^{\Delta} \times Y^{\Delta}} = \left(\frac{1}{Y}\right)^{\Delta}$$

$$A = 1 - \frac{1}{Y} = \frac{Y-1}{Y}$$

$$\frac{\Delta^{\Delta} \times Y^{\Delta}}{\Delta^{\Delta} \times Y^{\Delta}} = \frac{\Delta^{\Delta} \times Y^{\Delta}}{\Delta^{\Delta} \times Y^{\Delta}} = 1$$

$$A = 1 + \frac{1}{Y} + \frac{1}{Y} + \dots + \frac{1}{Y} = \frac{Y^{\Delta} - 1}{Y^{\Delta} - Y^{\Delta}} = \left(\frac{1}{Y}\right)^{\Delta}$$

$$B = \frac{Y^{\Delta} \times 10^q}{Y^{\Delta} \times Y^{\Delta}} = \frac{Y^{\Delta} \times 10^q}{Y^{\Delta} \times Y^{\Delta}} = \left(\frac{1}{Y}\right)^{\Delta}$$

$$\frac{Y^{\Delta} \times 10^q}{Y^{\Delta} \times Y^{\Delta}} = \frac{Y^{\Delta} \times 10^q}{Y^{\Delta} \times Y^{\Delta}} = \left(\frac{1}{Y}\right)^{\Delta}$$



$$A = 1 + \frac{1}{p} + \frac{1}{p^2} + \dots + \frac{1}{p^{\Delta_0}} = A = \frac{p + (\frac{1}{p})^{\Delta_0}}{p}$$

$$pA = p + 1 + \frac{1}{p} + \dots + \frac{1}{p^{\Delta_0}}$$

$$pA = p + \frac{1}{p^{\Delta_0}}$$

$$\Delta + \Delta\Delta + \Delta\Delta\Delta + \dots + \underbrace{\Delta\Delta\Delta\Delta\Delta}_{\Delta_{100}} = ?$$

$$\frac{F}{\Delta} + \frac{F}{\Delta^2} + \frac{F}{\Delta^3} + \dots = F \left(\frac{1}{\Delta} + \frac{1}{\Delta^2} + \frac{1}{\Delta^3} + \dots \right) = F \times \frac{1}{F} = 1$$

$$\Delta A = 1 + \frac{1}{\Delta} + \frac{1}{\Delta^2} + \dots \rightarrow \Delta A - A = 1 \quad pA = 1 \quad A = \frac{1}{p}$$

$$* 0/1 + 0/10p + 0/100p^2 + 0/1000p^3 + \dots \approx 11$$

$$0/11459719 \dots$$

$$p^x = F$$

$$p^x \rightarrow \left((p - p^x)^x - p \right) = ? = 10$$

معادلات توانی

$$p^{x-2} + p^{x-1} + p^x \quad p = p^x \quad x = 1$$

$$(p^x)^{x-2} = \frac{p^x}{p^2} \quad p^{x-2}$$

$$p^{x-2} \times \frac{1}{p^2} = F \times \frac{1}{p^2}$$

$$p^{x-2} \times \frac{1}{p^2} = F \times \frac{1}{p^2}$$

$$p^{x-2} \times \frac{1}{p^2} = F \times \frac{1}{p^2}$$

$$F^{x+1} - F^x = pF$$

$$\frac{F^x F - F^x}{p} = pF \rightarrow \frac{F^x F - F^x}{p^x} = \frac{p^x F - p^x}{p^x} \rightarrow x = 2$$

$$p^{10} \times \Delta^{10} \times \Delta^p = 125 \dots 0$$

$$\Delta_{10}$$

عدد 2×5^{11} چند رقمی است؟ ۱۸ رقمی

$$27 \times 3^{91} > 9 \times 3^{91}$$

چهار عدد بین 3^{100} و 3^{101} نام ببرید که بر ۵ بخش پذیر باشند.

$$25 \times 3^{91} \quad 20 \times 3^{91} \quad 15 \times 3^{91} \quad 10 \times 3^{91}$$

۱۵، ۱۶، ...، ۲۶

۱۲ مربع کامل

بین ۷۵۵ و ۷۵۶ چند مربع کامل وجود دارد؟

حاصل عبارت را بدست آورید.

$$\left(\sqrt{10} - \sqrt{1} \right)^{100} \left(\sqrt{10} + \sqrt{1} \right)^{100} = \left(\sqrt{10} - \sqrt{2} \right)^{100} \left(\sqrt{10} + \sqrt{2} \right)^{100} = \left(\underbrace{\left(\sqrt{10} - \sqrt{2} \right) \left(\sqrt{10} + \sqrt{2} \right)}_{10 - 2 = 8} \right)^{100} = 8^{100}$$

$$\left(\sqrt{5} - 2 \right)^{22} \left(\sqrt{5} + 2 \right)^{20} = \left(\sqrt{5} - 2 \right)^2 \underbrace{\left(\sqrt{5} - 2 \right)^2 \left(\sqrt{5} + 2 \right)^2}_{5 - 4 = 1}^{20} = 5 + 4 - 4\sqrt{5} - 9 - 4\sqrt{5}$$

$$x = \sqrt{9 + \sqrt{9 + \sqrt{9}}}$$

$$x^8 - 39\sqrt{3} = ? \quad 93 + 34\sqrt{3} - 34\sqrt{3} - 93$$

$$\left(\sqrt{9 + 2\sqrt{3}} \right)^8 = \left(\sqrt{9 + 2\sqrt{3}} \right)^4 \left(\sqrt{9 + 2\sqrt{3}} \right)^4 = \left(\sqrt{11 + 12 + 39\sqrt{3}} \right)^4 = 93 + 34\sqrt{3}$$

حاصل عبارت

$$\frac{\sqrt{125} - \sqrt{5}}{\sqrt{45} + 2\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5} - \sqrt{5}}{3\sqrt{5} + 2\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5\sqrt{5}} = \frac{4}{5}$$

$$\sqrt{5} \left(3\sqrt{5} + \sqrt{125} \right) = 15 + 25 = 40$$

$$\left(\sqrt{1} + \sqrt{1} \right)^9 = \left(\sqrt{2} + \sqrt{2} \right)^9 = \left(2\sqrt{2} \right)^9 = 2^9 \times \left(\sqrt{2} \right)^9 = 2^9 \times 2^4 = 128$$

$$\frac{3\sqrt{50}}{10\sqrt{2}} - \frac{2\sqrt{18}}{18} - \frac{5\sqrt{20}}{10\sqrt{5}} - 2\sqrt{2} + \frac{2\sqrt{80}}{10} = 15\sqrt{2} - 11 - 10\sqrt{5} - 2\sqrt{2} + 10 = 13\sqrt{2} - 1 - 10\sqrt{5}$$

Sefid

میانگین داده‌های زیر را با تشکیل جدول فراوانی بدست آورید. طول دسته = ۳

۷۹ ۷۶ ۷۳ ۷۴ ۷۷ ۸۲ ۷۵ ۸۱ ۷۶ ۷۶ ۸۰ ۸۲ ۷۸ ۷۲ ۸۰ ۸۳ ۸۰ ۷۷ ۷۸ ۷۸

۸۱ ۸۴ ۷۹ ۸۴ ۷۳ ۸۷ ۸۳ ۷۹ ۸۳ ۷۹

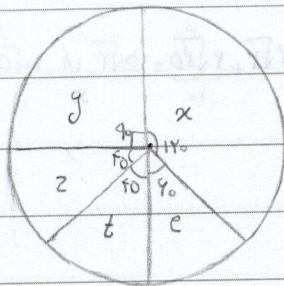
دسته ۵ \rightarrow $\frac{۱۵}{۳} = ۵$ دامنه تغییرات ۸۷ ۷۲ - ۱۵

مؤلفه دسته فراوانی

$۷۲ \leq x < ۷۵$	۴	۷۳,۵	$۳ \times ۸۵,۵ + ۴ \times ۷۳,۵ + ۹ \times ۷۹,۵ + ۱۰ \times ۷۹,۵ + ۷ \times ۸۲,۵ =$ $\frac{۳۰}{۳۰}$
$۷۵ \leq x < ۷۸$	۹	۷۶,۵	
$۷۸ \leq x < ۸۱$	۱۰	۷۹,۵	$۲۵۹,۵ + ۲۹۴ + ۴۵۹ + ۷۹۵ + ۵۷۷,۵ = \frac{۲۳۸۲}{۳۰} = ۷۹,۴$
$۸۱ \leq x < ۸۴$	۷	۸۲,۵	
$۸۴ \leq x < ۸۷$	۳	۸۵,۵	
$\sum f_0 = ۳۰$			

کارهنگام پس از دریافت حقوق ماهانه آن را به صورت زیر به مصرف می‌رساند. برای این اطلاعات نمودار دایره‌ای رسم کنید.

اجاره	$\frac{۱}{۳} = x$	$x = ۱۲\%$
غذا	$\frac{۱}{۴} = y$	$y = ۹\%$
لباس	$\frac{۱}{۸} = z$	$z = ۴\%$
متفرقه	$\frac{۱}{۴} = e$	$e = ۹\%$
پس انداز	$\frac{۱}{۸} = t$	$t = ۴\%$

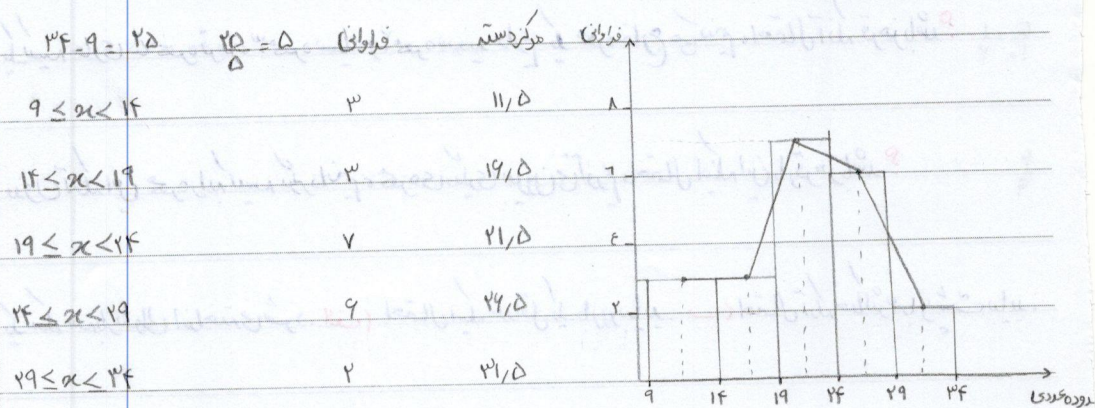


نمودار خط شکسته: برای رسم نمودار خط شکسته ابتدا نمودار ستونی آن را رسم کرده، سپس وسط اضلاع بالایی مستطیحات

را با خط بهم وصل می‌کنیم.

نمودار خط شکسته کا داده‌های زیر را رسم کنید. تعداد دسته‌ها = ۵

۲۲-۱۵-۳۳-۱۷-۲۵-۲۲-۲۲-۲۷-۱۲-۲۶-۳۴-۱۷-۲۳-۱۳-۲۷-۲۳-۲۱-۲۴-۱۹-۲۱-۹



* احتمال

تعداد همه حالات ممکن در هر یک از آزمایش‌های زیر را بنویسید.

دو تاس را می‌اندازیم: $6 \times 6 = 36$

$2 \times 6 = 12$

یک تاس و یک سکه:

$2 \times 2 \times 6 = 24$

دو سکه و یک تاس:

دو تاس را می اندازیم. احتمال آنکه حداقل یکی از آنها شش بیاید $\frac{11}{36}$

۳۶ - کل حالات

{ (۱,۱) (۱,۲) (۱,۳) (۱,۴) (۱,۵) (۱,۶) (۲,۱) (۲,۲) (۲,۳) (۲,۴) (۲,۵) (۲,۶) (۳,۱) (۳,۲) (۳,۳) (۳,۴) (۳,۵) (۳,۶) (۴,۱) (۴,۲) (۴,۳) (۴,۴) (۴,۵) (۴,۶) (۵,۱) (۵,۲) (۵,۳) (۵,۴) (۵,۵) (۵,۶) (۶,۱) (۶,۲) (۶,۳) (۶,۴) (۶,۵) (۶,۶) }

یک لیسه حاوی ۵ مهره قرمز، ۳ مهره سیاه و ۲ مهره سفید داریم. یک مهره خارج می کنیم، احتمال آنکه قرمز باشد $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

بدون آنکه این مهره را به لیسه برگردانیم، مهره دیگری بیرون می آوریم، احتمال اینکه این بار قرمز باشد $\frac{4}{9}$

یک سکه سه بار پشت و آلی انداخته می شود. الف) احتمال اینکه حداقل یک بار رو بیاید. ب) احتمال آنکه حداقل ۲ بار پشت بیاید.

متمم جله الف) اصلاً رو ظاهر نشود $\frac{1}{8}$ پس $\frac{7}{8}$ احتمال دارد.

متمم جله ب) حداقل ۳ بار پشت بیاید $\frac{1}{8}$ پس $\frac{7}{8}$ احتمال دارد.

دو تاس را با هم می اندازیم.

الف) تاس اول ۴ و تاس دوم اول باشد $\frac{1}{12} = \frac{1}{36}$

ب) احتمال آنکه حاصل ضرب اعداد دو تاس مضرب ۴ باشد $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$

دامنه تغییرات $۱۵۲ - ۱۷۲ = ۲۰$ طول دسته $۴ = \frac{۲۰}{۵}$

$$۱۵۲ \leq x < ۱۵۶$$

فراوانی

۴

۱۱

$$۱۵۶ \leq x < ۱۶۰$$

۱۱

۹

$$۱۶۰ \leq x < ۱۶۴$$

۵

۷

$$۱۶۴ \leq x < ۱۶۸$$

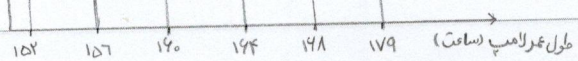
۳

۵

$$۱۶۸ \leq x \leq ۱۷۲$$

۷

۳



۲. $۱۲ = ۲ + ۸ + ۲$ تعداد دانش آموزان $۱۲ = ۵ + ۱ + ۲$ میانگین ارزش واقعی

۳. $۲ + ۱۲ + ۱۲ = ۳۰$

خیر زیرا نمره‌های کمتر از ۱۲ به معنای قبول نشدن می باشد. در حالی که نمره‌های ۱۲ تا ۱۸ در یک دسته قرار دارند.

خیر زیرا تمام دانش آموزان فراتر از ۱۲ نمره را دارند.

تمرین صفحه ۱۲۴ وزارت

فراوانی

مرکز دسته فراوانی

$$۸ \leq x < ۴$$

۵

۲

۳۰

۱. میانگین دمای هوا

$$۴ \leq x < ۰$$

۱۱

۲

۲۲

$$۰ \leq x < ۴$$

۱۷

۲

۳۴

$$۴ \leq x \leq ۸$$

۱۲

۶

۷۲

میانگین تقریبی $\frac{۵۴}{۴۵} = ۱,۲$

ع

۴۵

۵۴

میانگین واقعی $\frac{۳۰}{۴۵} = ۰,۷۱$

تیرین صفر ۱۲۶ اوزاری

طول عمر لایپ	میزبسته x مزادای	حزب سید	مزادای
$152 \leq x < 156$	۹۱۲	۱۵۴	۴
$156 \leq x < 160$	۱۷۳۸	۱۵۸	۱۱
$160 \leq x < 164$	۸۱۵	۱۶۲	۵
$164 \leq x < 168$	۴۹۸	۱۶۶	۳
$168 \leq x < 172$	۱۱۹۰	۱۷۰	۷
ع	۴۸۵۲	۲۰	۲۰

۲. جدول در کتاب کامل شده است

۳. الف) $17,25 < 17,74 \approx 17,5$ $514 \div 29 = 17,72$ $517,5 - 3,5 = 514$ $17,25 \times 30 = 517,5$ $517,5 - 3,5 = 514$

ب) کمتر $10,25 < 9,91 \approx 9,9$ $287,5 - 20 = 267,5$ $10,25 \times 30 = 307,5$ $307,5 - 20 = 287,5$

تیرین صفر ۱۳۱ اوزاری

۱. در کتاب الف) $\frac{1}{4}$ ب) $\frac{4}{9} = \frac{2}{3}$ ج) صفر غیر ممکن

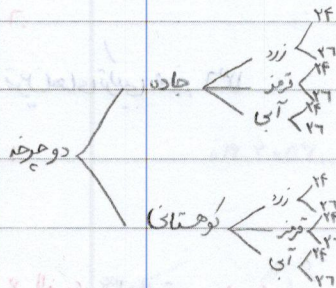
۳. الف) $\frac{1}{2}$ ب) $\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$ ج) $\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$

۴. الف) $\frac{3}{8}$ ب) $\frac{3}{8}$ ج) $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

۵. الف) $\frac{5}{8}$ ب) غیر زیرا احتمال ممکن است ساده شده نسبی باشد. و فقط نسبت است

۴. همین است پرو میاست بیاید زیرا این پرتاب به نیاز میروا بسته نیست.

تمرین صفحه ۱۳۴ اوزاری



$$2 \times 3 \times 2 = 12$$

(الف)

(ب) $\frac{1}{12}$

تمرین صفحه ۱۳۵ اوزاری

۲. (الف) در تابلو

(ب) ۳ حالت

۳. (الف) (ب) $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$ برابر می شود.

۴. (الف)

	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	۱-۱	۱-۲	۱-۳	۱-۴	۱-۵	۱-۶
۲	۲-۱	۲-۲	۲-۳	۲-۴	۲-۵	۲-۶
۳	۳-۱	۳-۲	۳-۳	۳-۴	۳-۵	۳-۶
۴	۴-۱	۴-۲	۴-۳	۴-۴	۴-۵	۴-۶
۵	۵-۱	۵-۲	۵-۳	۵-۴	۵-۵	۵-۶
۶	۶-۱	۶-۲	۶-۳	۶-۴	۶-۵	۶-۶

(ب) $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

(ج) $\frac{1}{36}$

(د) وقتی یکی گوی دایره ۵ است دو حالت متفاوت ممکن است رخ دهد. اما فقط یک حالت است که ۵-۵ باشد.

۵. مقام علم: اصلاً رویایر، پس $\frac{۳}{۴}$ احتمال دارد حداقل یکی رویایر.

$$۲ \times ۲ = ۴$$

$$\frac{۳}{۴}$$

مرحله n

خروجی ها ۲^n

۵ مرحله $۲^۵$

۶. تمرین های ترکیبی صغیر ۱۳۶

$$\frac{۱۰}{۲} = ۵ \times ۲ = ۳۰$$

$$\frac{۳۰}{۲} = ۱۵ \times ۱۰ = ۱۵۰$$

$$\frac{۵۰}{۲} = ۲۵ \times ۱۰ = ۲۵۰$$

$$\frac{۷۰}{۲} = ۳۵ \times ۲ = ۷۰$$

$$\frac{۳۰ + ۱۵۰ + ۲۵۰ + ۷۰}{۲} = ۵۹۰ \approx ۱۹,۲۶$$

۲. الف) ۳۲ حالت ب) $\frac{۱}{۳۲}$

آمار و احتمال ← دسته بندی داده ها و میانگین

الف) ۱۹۷-۲۰۴-۲۰۰-۱۹۲-۱۹۸-۲۰۴-۲۰۵-۲۰۱-۱۹۰-۲۰۳-۲۰۲-۱۹۶-۱۹۸-۱۹۷-۱۹۸-۲۰۳-۲۱۰

$$210 - 195 = 15$$

فرکانس

۱) $195 < x < 198$

۵

نمره

۲۰۰-۲۰۱-۲۰۲

ب) درستی

۲) $198 < x < 201$

۴

۳) $201 < x < 204$

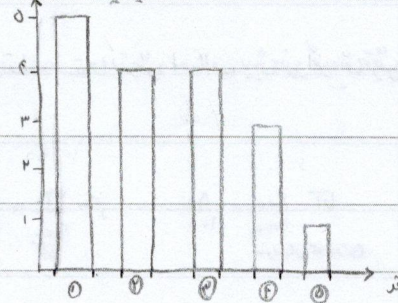
۴

۴) $204 < x < 207$

۳

۵) $207 < x < 210$

۱



ج) ۱

د) خیر

صفحه ۱۱۹ تکمیلی

$$1 + 1 + 2 + 2 + 10 + 14 + 13 + 9 + 1 + 4 + 2 + 2 = 74$$

۲. الف) ۷۴ نفر شرکت کرده اند.

$$\frac{1 \times 1 + 1 \times 1 + 2 \times 2 + 2 \times 10 + 14 \times 14 + 13 \times 13 + 9 \times 9 + 1 \times 1 + 4 \times 4 + 2 \times 2 + 2 \times 2}{74} = \frac{100}{74} = 101/11$$

ب) ۱۳۸ نفر

$$100 - 1 - 24 = 75$$

$$\frac{75 \times 5}{75} = 10/75$$

ج) دامنه تغییرات نمی شود و میانگین نیز نمی شود.

$$14 - 4 = 10$$

مجموع دسته

فراوانی

مرکز دسته

نقطه مرکز دسته x نمره

$$\frac{25}{5} = 5 \text{ - طول دسته}$$

$$0 \leq x < 5$$

۱

۲,۵

۲,۵

$$5 \leq x < 10$$

۱۹

۷,۵

۱۴۲,۵

$$10 \leq x < 15$$

۵۰

۱۲,۵

۶۲۵

$$15 \leq x < 20$$

۳

۱۷,۵

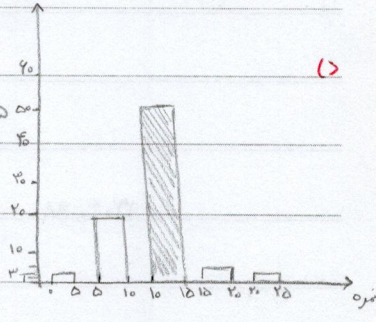
۵۲,۵

$$20 \leq x < 25$$

۱

۲۲,۵

۲۲,۵



د)

صفر ۱۱۹ تکلیلی

$$\frac{1145}{74} = 11,41$$

$$11,41 - 10,81 \approx 0,6$$

(هـ)

صفر ۱۲۰ تکلیلی

۳. برای کم شدن محاسبات و ارقام آن، برامون هر دو سه میانگین آل در می باشد.

۴. محاسبه اختلاف - اثر تعداد در سه ها کمتر شود اختلاف بیش تر و اثر بیش تر شود اختلاف کمتر می شود.

الف) $\frac{390}{400} = \frac{90}{100}$ خانم خرمهان معدی $\frac{100}{1000} = \frac{10}{100}$ آقا خرمهان معدی $\frac{390}{900} = \frac{40}{100}$ خانم کل $\frac{100}{1200} = \frac{24,6}{100}$ آقا کل

ب) $\frac{100}{900} = \frac{11,1}{100}$ خانم کل $\frac{20}{1200} = \frac{1,7}{100}$ آقا کل $\frac{20}{200} = \frac{10}{100}$ خانم خرمهان معدی $\frac{100}{500} = \frac{20}{100}$ خانم خرمهان معدی

ج) $24,6 + 2 = 26,6 \approx 27\%$ $11,1 + 40 = 51,1\%$

صفر ۱۲۱ تکلیلی

۶. خیر (نسن افرادی که در نیویورک مرده اند متفاوت است. این اطلاعات برای این ارزیابی کافی نیست. تعداد افراد نیویورک > افراد نیوی در یابی

۷. الف) میانگین جدید $\frac{9000000}{9} = 1000000$ $29 \times 20 = 9$

ب) اختلاف داده ها خیلی زیاد باشد. دامنه تغییرات زیاد باشد

صفر ۱۲۲ تکلیلی

۸. الف) $11, 11, 17, 19, 34, 36, 40, 45, 47, 52$ $11 - (45 + 47) = 34$ $22, 40, 11$

ب) ۱۸ سال

$$۷۵ \times ۱۰ = ۷۵ \quad ۷۵ - ۳ = ۷۲ \quad ۷۲ = x + ۱y \quad ۷۲ - x = ۱y \quad x = ۱ - y$$

۹ الف) ۸

$$۷۵ - ۳ = ۷۲ \quad ۷۲ - ۲۴ = ۴۸$$

ب) ۴۸

$$۱۰. \text{میانگین} = \frac{۷۵}{۱۰} = ۱۰۰ - ۱۰۱ - ۱۰۲ - ۱۰۳ - ۱۰۴ - ۱۰۵ - ۱۰۶ - ۱۰۷ - ۱۰۸ - ۱۰۹ - ۱۱۰ - ۱۱۱ - ۱۱۲$$

$$\text{مجموع} = ۶۷ \quad \text{میانگین} = \frac{۶۷}{۱۰} = ۶.۷$$

۱۱ الف) این مسئله با نهایت جواب دارد. تعدادی از مجموعه‌ها می‌تواند منفی شود. ۱، ۲، ۳

ب) ۳، ۲، ۱

$$\frac{۱۲}{(۳+۲+۷)} = ۳.۴$$

ج) ۱۲، ۵

$$۲.۵ \times ۵ = ۱۲.۵ \quad ۲، ۱، ۰.۵، ۳، ۴$$

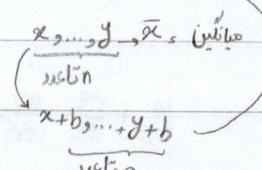
د) ۱۲، ۵، ۳، ۳، ۲، ۱

$$۱۸ \times ۴ = ۷۲ \quad ۲۲.۵، ۱۱.۵، ۲۱.۵، ۱۷.۵$$

ه) ۱۲، ۵، ۳، ۳، ۲، ۱

$$\text{میانگین} = \frac{(x+b) + \dots + (y+b)}{n} = \frac{x + \dots + y}{n} + \frac{nb}{n} = \bar{x} + b$$

$$۷.۲۳ \times ۱۰ = ۷۲.۳ \quad ۷۲.۳ + ۱۰\bar{x} = ۷۲.۳ + \bar{x}$$



نکته: صفحہ ۱۶۳ تمثیلی

$$۱۲ \times ۱۰۰ = ۱۲۰۰ \quad ۱۲۰۰ + ۱۲۰۰ = ۲۴۰۰$$

۱۲

$$\text{میانگین سطر اول} = \frac{۹+۴+۲+۱}{۴} = \frac{۱۶}{۴} = ۴$$

$$\text{میانگین سطر دوم} = \frac{۴۱+۲۴+۱۲+۷۲}{۴} = \frac{۱۵۹}{۴} = ۳۹.۷۵$$

$$\text{میانگین سطر سوم} = \frac{۱۴۸+۱۲۴+۱۱۲+۱۷۲}{۴} = \frac{۵۵۶}{۴} = ۱۳۹$$



$$\text{نکته:} \quad \frac{ax + \dots + ay}{n} = \frac{a(x + \dots + y)}{n} = a \cdot \frac{x + \dots + y}{n} = a \cdot \bar{x}$$

92, 445/1

$$\Lambda_{OX} \Delta_c F_{OO}$$

—



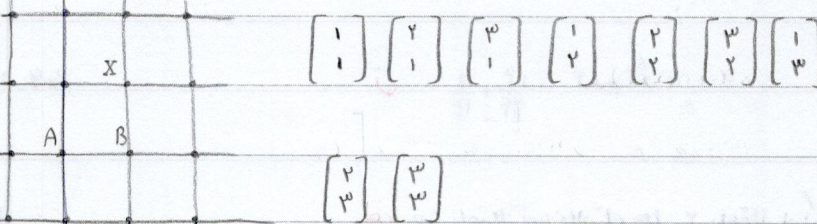
صفر ۱۲۷ تکمیلی

۴. الف) $\frac{1}{7}$ ب) $\frac{1}{6}$ ج) $\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$ د) خیر زیرا ساده‌ترین ازیب احتمال ندارد.

زرد ۷/۴۲
آموز ۶/۳۶
آبی ۲۱/۴۲

۵. الف) طه ب) خیر ج) خیر
حداقل یک رنگ وجود دارد

صفر ۱۲۸ تکمیلی



۶. الف)

ب) $\frac{9}{7}$

ج) $\frac{1}{7} = \frac{4}{28}$

۷. الف) $\frac{772}{900}$ $900 - 121 = 779$ $142 - 15 + 1 = 128$ 7×142 و 7×15

$$\frac{999}{7} = 142$$

$$142 - 14 = 128$$

$$\frac{99}{7} = 14$$

ب) صفر ۱۲۹ تکمیلی $xyzyz = 10000x + 1000y + 100z + 100x + 10y + z + 100x + 10y + z + 100x + 10y + z + 100x + 10y + z$

$$= 100x + 10y + z + 100x + 10y + z + 100x + 10y + z + 100x + 10y + z$$

$$= 100(100x + 10y + z)$$

$$= 100 \times 142 \leftarrow \text{برای تعیین نتیجه است}$$

بررسی حالت‌های ممکن

۱. الف) توضیح



صفحه ۳۱ پایلی

$$4 \times 4 = 16$$

(ب)

(ج) ۴ حالت

$$\frac{1}{2}$$

$$2 \times 6 = 12$$

(د)

$$(1 \times 2) = 2$$

$$\frac{2}{24} = \frac{1}{12}$$

(ن)

$$\frac{1}{4}$$

(هـ)

(ج) صفر: احتمال آمدن لایه تاس ها ۲. احتمال اینکه یا تاس ۲ و یا تاس ۴ باشد

تاس ۴ و یا تاس ۲. ۱. نمی شود ۳. احتمال اینکه تاس ۴ و یا تاس ۲ باشد

صفحه ۳۱ پایلی

۲. الف) (۱،۱) (۱،۲) (۱،۳) (۱،۴) (۱،۵) (۱،۶) (۲،۱) (۲،۲) (۲،۳) (۲،۴) (۲،۵) (۲،۶) (۳،۱) (۳،۲) (۳،۳) (۳،۴) (۳،۵) (۳،۶) (۴،۱) (۴،۲) (۴،۳) (۴،۴) (۴،۵) (۴،۶) (۵،۱) (۵،۲) (۵،۳) (۵،۴) (۵،۵) (۵،۶) (۶،۱) (۶،۲) (۶،۳) (۶،۴) (۶،۵) (۶،۶)

و بعکس

$$\frac{11}{36}$$

$$\frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

(ب)

$$\frac{3}{9} \times \frac{3}{9} = \frac{9}{81} = \frac{1}{9}$$

(ج)

$$2 \times \frac{3}{9} \times \frac{3}{9} = \frac{18}{81} = \frac{2}{9}$$

(د)

$$2 \times \frac{3}{9} \times \frac{3}{9} = \frac{18}{81} = \frac{2}{9}$$

(هـ)

$$\frac{5}{12} = \frac{15}{36}$$

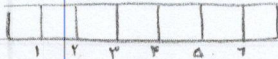
(و)

صفر ۱۳۱ تکمیلی

ز) هر دو تاس رو به بالا : $\frac{1}{4}$ هر دو تاس رو به پایین : $\frac{1}{4}$ هر دو تاس رو به بالا یا رو به پایین : $\frac{1}{2}$

برش های

۱ و ۲ ۲ و ۴ ۳ و ۵ ۴ و ۶ ۵ و ۷ ۶ و ۸



۳ الف) ۵ حالت ب) ۶ حالت ۱۵

صفر ۱۳۲ تکمیلی

۴ ج

۵ الف) $5^4 = 625$ ب) $\frac{5}{144} = \frac{3125}{90000}$ ج) عددی که همی از تاس رو به بالا و همی از تاس رو به پایین

۶ $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$

۷ $\frac{1}{4}$

صفر ۱۳۳ تکمیلی

$7 \times 9 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2$

۸ الف) ۵۰۴۰ ب) $7 \times 9 \times 5 \times 4 = 1260$ ج) $\frac{120}{5040} = \frac{1}{42}$

<

14/11/2021

٩. الف

$$\frac{40}{120} = \frac{1}{3} \quad (ب)$$

2. 1944

V s l lo

۴۸ حالات

11

١٢. الف)

(iv)

۱۳. الف) صفیر زیرا حداقل دو نامہ جانبہ جامی شونہ

$$\frac{q}{yf} = \frac{1}{f}$$



9
—
24

10
YF

ج و د م یل یلوند

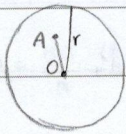
داده های x, \dots, y

\bar{x} و میانگین

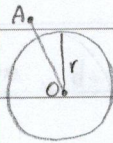
داده های a_1x+b, \dots, a_ny+b

$$\text{میانگین جدید} = \frac{ax+b + \dots + ay+b}{n} = \frac{a(x+\dots+y)}{n} + \frac{nb}{n} = a\bar{x} + b$$

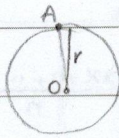
★ وضعیت یک نقطه و یک دایره نسبت به هم



$$\overline{OA} < r$$

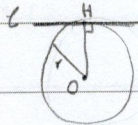


$$\overline{OA} > r$$

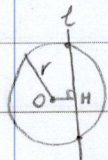


$$\overline{OA} = r$$

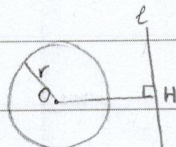
★ وضعیت یک خط و یک دایره نسبت به هم



$$\overline{OH} = r$$

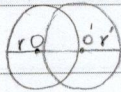


$$\overline{OH} < r$$

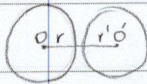


$$\overline{OH} > r$$

★ وضعیت دو دایره نسبت به هم



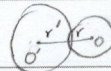
$$r < \overline{OO'} < r + r'$$



$$\overline{OO'} > r + r'$$



$$\overline{OO'} = r + r'$$



$$\overline{OO'} = r + r'$$

یک نقطه مشترک

الف، تماس خارج

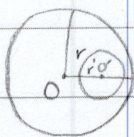
ب، تماس داخل

هیچ نقطه مشترک

الف، متقاطع

ب، متوازی

دو نقطه مشترک



$$\overline{OO'} < r + r'$$

شعاع های دو دایره 3.4cm است و طول پاره خط بین دو مرکز 5cm است. وضعیت دو دایره نسبت به هم P .

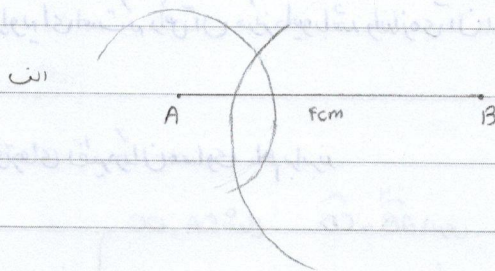
دو نقطه ای مشترک $0.2 - r' < d < r + r'$ $3 + 2 = 5$

$2 - 3 = 3$

دو نقطه ای A و B به فاصله 4cm در یک صفحه قرار دارند:

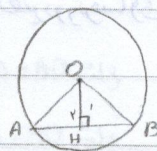
الف، نقطه ای را تعیین کنید که فاصله ای آنها از A برابر 2 و از B 3cm باشد. دایره ای به مرکز A و به شعاع 2 و دایره ای به مرکز B و به شعاع 3 می کشیم. نقاط برخورد دو دایره جواب مسأله هستند.

ب، نقطه ای را تعیین کنید که فاصله ای آنها از A 1cm و از B 2.5cm باشد. دو دایره به مرکز A و B می کشیم. نقاط برخورد دو دایره جواب مسأله هستند.



ثابت کنید خطی که از مرکز دایره به وتر عمود می شود آن وتر را نصف می کند. فرض O مرکز OH عمود فرض

$\overline{AH} = \overline{BH}$ (حکم)

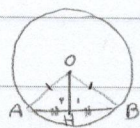


$OA = OB$ شعاع

$\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$ وض $\overline{OBH} \cong \overline{OAH}$ $\overline{AH} = \overline{BH}$

ثابت کنید پاره خطی که مرکز دایره را به وتر وصل می کند بر آن وتر عمود است.

$\overline{AH} = \overline{BH}$ مرکز دایره فرض



$OB = OA$ وسط شعاع

$\overline{OAH} \cong \overline{OBH}$ فرض

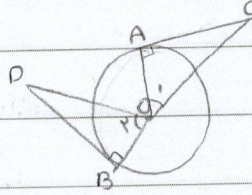
$\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$ طرف $\overline{AH} = \overline{BH}$

$\hat{H}_1 + \hat{H}_2 = 180^\circ$ $\hat{H}_1 = \hat{H}_2$ $\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$

○ مرکز دایره و AC و BD بر دایره مماس هستند. اگر $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$ ثابت کنید $OC = OD$

فرض $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$ شعاع $OA = OB$ $\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$

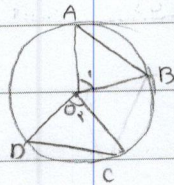
محکم $OC = OD$



مطابق فرض $\left\{ \begin{array}{l} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ \\ OA = OB \end{array} \right\}$ \rightarrow $\triangle OAC \cong \triangle OBD$ (زاویه) $\rightarrow OC = OD$

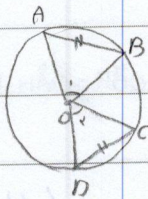
★ زاویه مرکزی: زاویه ای است که رأس آن مرکز دایره باشد و اندازه آن برابر با اندازه کمان روبه روی آن می باشد.

ثابت کنید بر دایره دو وتر مساوی با هم برابرند.

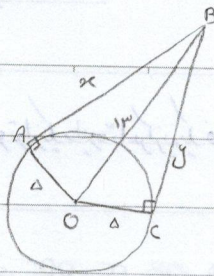


فرض $\overline{AB} = \overline{CD}$ شعاع $OA = OC$
محکم $\overline{AB} = \overline{CD}$ شعاع $OB = OD$ $\rightarrow \triangle OAB \cong \triangle OCD$ (ض. ض.) $\rightarrow \overline{AB} = \overline{CD}$
 $\overline{AB} = \overline{CD} \rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2$

ثابت کنید بر دایره کمان های تقاطع دو وتر مساوی با هم برابرند.



فرض $\overline{AB} = \overline{CD}$ شعاع $OA = OC$
محکم $\overline{AB} = \overline{CD}$ شعاع $OB = OD$ $\rightarrow \triangle OAB \cong \triangle OCD$ (ض. ض.) $\rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2$
مطابق $\overline{AB} = \overline{CD} \rightarrow \overline{AB} = \overline{CD}$



شعاع $OC = OA$ (فرض)

حکم $x = y$

طبق فرض $\hat{C}, \hat{A} = 90^\circ$

ضلع مشترک $BO = 13$

طبق فرض $OC = OA$

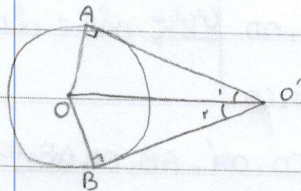
فرض $\triangle OCB \cong \triangle OAB$ (پ) $BC = BA \rightarrow y = x$

$$\sqrt{13^2 - 1^2} = x = y \rightarrow \sqrt{169 - 1} = \sqrt{168} = \sqrt{144 + 24} = 12, x = y$$

شعاع $OA = OB$ (فرض)

۲. الف)

حکم $\overline{OA} = \overline{OB}$



طبق فرض $OA = OB$

طبق فرض $\hat{A}, \hat{B} = 90^\circ$

ضلع مشترک OO'

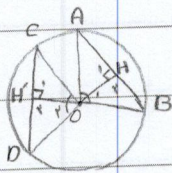
فرض $\triangle O'AO \cong \triangle O'BO$ (پ) $\overline{OA} = \overline{OB}$
 $\odot \rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2$

ب) OO' نیمساز $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$ طبق ۱

$$20^2 - 1^2 = \overline{OC}^2 \rightarrow 400 - 1 = 399 = 19^2 + 4 \rightarrow 19 = OC \quad OC + x = 20 \rightarrow 19 + x = 20 \rightarrow x = 1 \text{ cm}$$

۳

نابت کنید اگر دو وتر از یک دایره تا مرکز یک فاصله باشند آن دو وتر برابرند.



(فرض) $OH = OH'$

(علم) $AB = CD$ شعاع $OA = OB = OC = OD$

$\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = \hat{H}_3 = \hat{H}_4 = 90^\circ$

(فرض) $\triangle OAH \cong \triangle OBH \cong \triangle OCH \cong \triangle ODH$

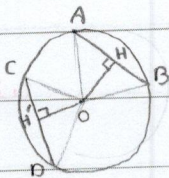
$\cong \triangle OAH'$

(۱) $AH = BH = CH = DH$

(۱) طبق $AH + BH = CH + DH \rightarrow CD = AB$

$OH = OH'$

نابت کنید اگر در دایره ای طول دو وتر با هم برابر باشد، آنگاه مرکز دایره تا این دو وتر یک فاصله است.



(فرض) $AB = CD$

(علم) $OH = OH'$ شعاع $OA = OC$

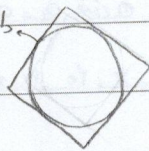
شعاع $OB = OD$

طرف $AB = CD$

(فرض) $\triangle OAB \cong \triangle OCD$

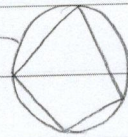
$$S_{\triangle OAB} = S_{\triangle OCD} \rightarrow \frac{1}{2} \times AB \times OH = \frac{1}{2} \times CD \times OH' \rightarrow CD \times OH' = AB \times OH \xrightarrow{AB=CD} OH = OH'$$

دایره داخلی

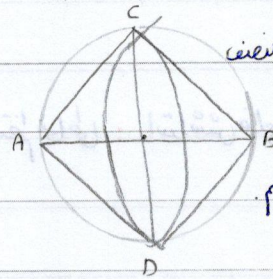


بیرون
چند ضلعی محیطی: همی اضلاع آن بر دایره تماس باشند.

دایره داخلی



درون
چند ضلعی محیطی: تمام رؤوس آن روی محیط دایره باشند.



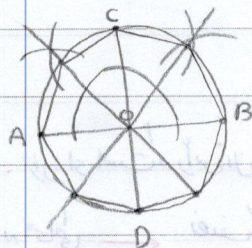
★ رسم چهارضلعی منتظم محاطی: ابتدا یک قطر دایره را کشیده. سپس عمود منصف

آن را رسم می‌کنیم. محل برخورد عمود منصف و محیط دایره را C و D می‌نامیم.

چهارضلعی ABCD منتظم است.

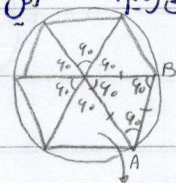
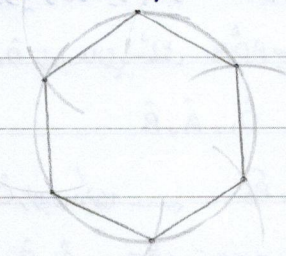
★ رسم هشت ضلعی منتظم محاطی: ابتدا چهارضلعی منتظم محاطی را با روش گفته شده در بالا رسم می‌کنیم، سپس با کمک یک قوس‌ساز

چهار زاویه بدست آمده را می‌کشیم. هشت نقطه‌ای بدست آمده را متوالی به هم وصل می‌کنیم.



★ رسم شش ضلعی منتظم محاطی: دهانه‌ی یک پرگار را به اندازه‌ی شعاع دایره باز کرده. سوزن پرگار را روی نقطه‌ای از دایره قرار داده

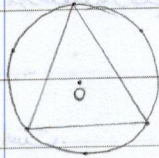
و گمان می‌زنیم. این کار را متوالی انجام می‌دهیم تا محیط دایره شش نقطه را به هم وصل می‌کنیم.



شش ضلعی منتظمی الاضلاع

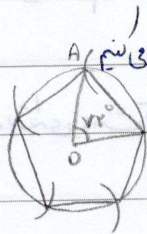
برای بدست آوردن نقاط: وترها یا شعاع پرگار شد.

* رسم سه ضلعی منتظم محاطی: ابتدا شش ضلعی منتظم محاطی رسم کرده، سپس نقاط به دست آمده را یکی در میان به هم



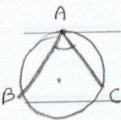
وصل می کنیم

$$\frac{۳۶۰}{۵} = ۷۲$$



* رسم پنج ضلعی منتظم محاطی: ابتدا با تقاطع زاویه ۷۲ درجی را ایجاد می کنیم

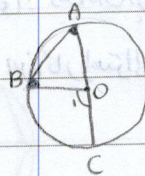
دهانه‌ی پرگار را به اندازه‌ی وتر AB باز کرده و همان می زنیم (مثالی)



* زاویه محاطی: زاویه‌ای است که رأس آن روی محیط دایره قرار دارد و اضلاع آن دو وتر از همان دایره می باشند

$$\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC$$

انتهای زاویه محاطی نصف کمان مقابلش



حالت اول: یک ضلع زاویه از مرکز دایره بگذرد

برای B وصل می کنیم

$$\hat{O}_1 = \hat{A} + \hat{B}$$

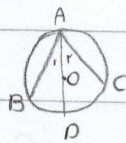
$$\hat{O}_1 = \hat{BC}$$

$$\hat{A} = \hat{B} \rightarrow \hat{AOB} \text{ متساوی الساقین} \rightarrow OA = OB$$

$$\hat{BC} = \hat{A} + \hat{A} = 2\hat{A} \rightarrow \hat{A} = \frac{1}{2} \hat{BC}$$

حالت دوم: مرکز دایره درون زاویه قرار بگیرد.

A را به O وصل کرده، امتدادی هم تا دایره را در نقطه D قطع کند.

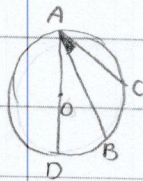


$$\begin{aligned} \hat{A} &= \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = \frac{\widehat{BD}}{2} + \frac{\widehat{DC}}{2} \\ \hat{A}_2 &= \frac{\widehat{CD}}{2} \end{aligned} \Rightarrow \hat{A} = \frac{\widehat{BD} + \widehat{DC}}{2} = \frac{\widehat{BC}}{2}$$

طبق قیمت الف

حالت سوم: مرکز دایره خارج از زاویه قرار بگیرد.

از A به O وصل می کنیم، امتدادی هم تا دایره را در نقطه D قطع کند.

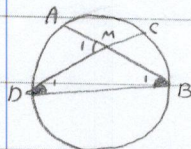


$$\hat{A} = \hat{CAB} = \hat{CAD} - \hat{BAD}$$

$$= \frac{\widehat{CD}}{2} - \frac{\widehat{BD}}{2} = \frac{\widehat{CD} - \widehat{BD}}{2}$$

طبق قیمت الف

ثابت کنید اندازه زاویه \hat{M}_1 برابر است با نصف مجموع دугان \widehat{AD} و \widehat{BC} .

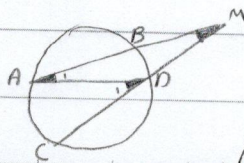


$$\hat{M}_1 = \hat{B}_1 + \hat{D}_1$$

$$= \frac{\widehat{AD}}{2} + \frac{\widehat{CB}}{2} = \frac{\widehat{AD} + \widehat{BC}}{2}$$

ثابت کنید اندازه زاویه \hat{M} برابر است با $\frac{\widehat{AC} - \widehat{BD}}{2}$.

A را به D وصل می کنیم.

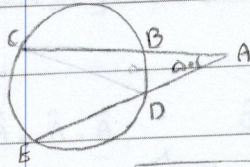


$$\hat{D}_1 = \hat{A}_1 + \hat{M}$$

$$\hat{M} = \hat{D}_1 - \hat{A}_1$$

$$\hat{M} = \frac{\widehat{AC}}{2} - \frac{\widehat{BD}}{2} = \frac{\widehat{AC} - \widehat{BD}}{2}$$

در شکل زیر $\widehat{CE} = ?$ $\widehat{CE} = 3 \widehat{BD}$



$$\begin{aligned} \widehat{CE} - \widehat{BD} &= \hat{A} \\ \frac{\widehat{CE} - \widehat{BD}}{2} &= \frac{\hat{A}}{2} \rightarrow \frac{3\widehat{BD} - \widehat{BD}}{2} = \frac{\hat{A}}{2} \rightarrow \hat{A} = \widehat{BD} \end{aligned}$$

$$\widehat{CE} = 3 \times 50 = 150^\circ$$

$$\widehat{AD} = \widehat{BD} = 18^\circ$$

۱.

$$\widehat{AOB} = x \quad \widehat{ACB} = \frac{x}{4}$$

۲.

۳. در کتاب

$$\widehat{AC} = \widehat{CB} = \widehat{BD} = \widehat{DA} = 9^\circ \quad \widehat{O_1O_2O_3O_4} = 90^\circ \quad \text{الف) زیرا}$$

ب) بله زیرا زوایای مقابل یکدیگر برابرند.

ج) بله زیرا یک چهارضلعی منتظم است و ضلع‌های مساوی ال قین $\widehat{AOD} \approx \widehat{BOD} \approx \widehat{COB} \approx \widehat{AOC}$ هستند.

زیرا ۴ نقطه A, B, C, D دایره را به چهار قسمت مساوی تقسیم کرده است.

۵. الف) خیر

ب) در تمرین قبل قطر هابرم عمود بودند اما در این تمرین دو وتر AB و CD عمود نیستند.

10.11.20

1

2

3

4

5

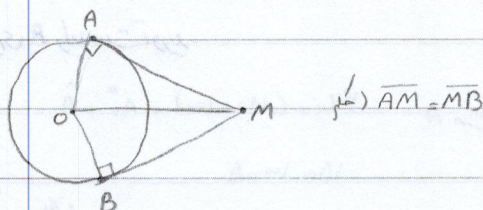
6

7

8

10.11.20

نایب‌النسبه طول دو مماس به از نقطه‌ی خارج دایره به یکدیگر واصل شوند برابر است.

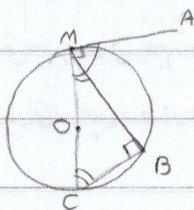


A و B را به مرکز دایره وصل می‌کنیم.

$$OA = OB \text{ شعاع}$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{A} = 90^\circ \leftarrow \text{زاویه عمود بر خط مماس} \\ OM \text{ ضلع مشترک} \end{array} \right\} \text{وضع} \rightarrow \triangle OAM \cong \triangle OBM \rightarrow \overline{AM} = \overline{MB}$$

★ زاویه‌ی ظلی: رأس آن روی محیط دایره و یکی از اضلاع آن وتر دایره و ضلع دیگر آن بر دایره مماس است.



نایب‌النسبه زاویه‌ی ظلی برابر است با نصف همان مقابلش.

$$\hat{AMB} = \frac{\widehat{AB}}{2}$$

$$\hat{B} = \frac{\widehat{MD}}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ \rightarrow \hat{BMC} + \hat{C} = 90^\circ$$

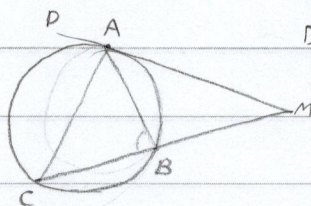
$$\hat{CMA} = 90^\circ \rightarrow \hat{AMB} + \hat{BMC} = 90^\circ$$

$$\hat{AMB} = \hat{C} = \frac{\widehat{MB}}{2}$$

$$\hat{M} = \frac{\widehat{AC} - \widehat{AB}}{2} \text{ در شکل زیر نایب‌النسبه}$$

$$\widehat{ACB} + \hat{AMB} = \widehat{DAC}$$

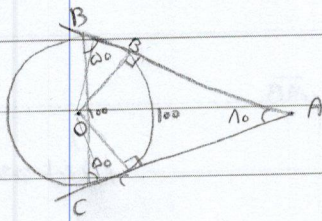
$$\widehat{DAC} - \widehat{ACB} = \hat{M} \quad \frac{\widehat{AC}}{2} - \frac{\widehat{AB}}{2} = \hat{M} \quad \text{حکم}$$



$$\hat{B} = \frac{\widehat{AC}}{2}$$

$$\hat{M} = \frac{\widehat{AC} - \widehat{AB}}{2}$$

اندازه زاویه A را بدست آورید.

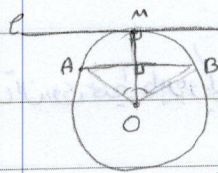


$$340 - (180 + 100) = 160 = \hat{A}$$

$$180 - 100 = 80 = \hat{A}$$

$$\hat{B} = 100 - \hat{C} = 50 \rightarrow 180 - 100 = 80 = \hat{A}$$

در دایره ای از وسط یک مکان مماسی بردایره رسم می کنیم. ثابت کنید آن مماس با وتر تقاطع می کند موازی است.



$$\widehat{AM} = \widehat{MB} \text{ (فرض)}$$

$$l \parallel AB \text{ (حکم)}$$

از O بر AB عمود می کشیم و امتداد می دهیم. می دانیم شعاع عمود بر وتر آن وتر

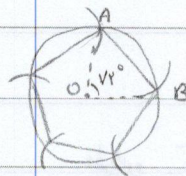
و مکان مقابلش را نصف می کند پس خط OM از M می گذرد.

می دانیم شعاع در نقطه مماس بر خط مماس عمود است پس:

$$l \perp OM$$

$$\left. \begin{array}{l} l \perp OM \\ AB \perp OM \end{array} \right\} l \parallel AB$$

۱. $j = 114^\circ$ $h = 62^\circ$ $i = 33^\circ$ $k = 64^\circ$ $d = 57^\circ$ $e = 114^\circ$ $\widehat{AB} = 114^\circ$

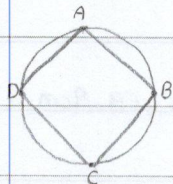


۲. $\widehat{AOB} = 72^\circ$ $\widehat{AB} = 72^\circ$

دایان زده می شود.

صفحه ۱۴۹ ازاری

۳. الف) ۸ هفت تبارن (ب) $\hat{A} = \frac{360^\circ \times 1}{4} = 90^\circ$ $\hat{B} = 180^\circ - (90^\circ \times 2) = 0^\circ$



۴. $\hat{A} = \frac{\widehat{BCD}}{4}$ $\hat{C} = \frac{\widehat{BAD}}{4}$ $\frac{\widehat{BCD} + \widehat{BAD}}{4} = 180^\circ$

ثابت کنید هر چهار ضلعی حاصلی مجموع زوایای روبه روبرو برابر ۱۸۰ می باشد.

۵. الف) $\widehat{AB} = x$ $\hat{O}_1 = x$

ب) $\widehat{ADB} = 360^\circ - x$

ج) $\frac{360^\circ - x}{4} = \frac{180^\circ - x}{2}$

۶. الف) $TX = 90 \text{ cm}$

ب) $\widehat{ZRT} \leftarrow$ متساوی الاضلاع زیرا: $\hat{R}_1 = \frac{360^\circ}{4} = 90^\circ \rightarrow \hat{T} = \hat{Z} = 90^\circ$ $\widehat{ZR} = \widehat{RT} = 90^\circ$

ج) چون \widehat{ZRT} متساوی الاضلاع است پس $\widehat{ZT} = 90 \text{ cm}$

د) قائم الزاویه. زاویه محاطی \hat{Z} روبه روی قوس برابر است پس ۹۰ است.

ه) $90^\circ - 30^\circ = 60^\circ = \widehat{ZX} \rightarrow 360^\circ - 90^\circ = 270^\circ = \widehat{Z\hat{X}} \rightarrow \widehat{ZX} = \sqrt{2700} = 30\sqrt{3} \text{ cm}$

تمرین های ترکیبی صفحه ۱۵۰ اوزاری (مسئله آخر کتاب)

$$\hat{C} = 30^\circ \quad \widehat{COB} = 30 \times 2 = 60^\circ \quad \widehat{BC} = 90^\circ$$

۱.

$$\sqrt{2x^2} = 24$$

۲.

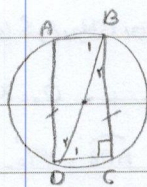
$$2x^2 = 576 \rightarrow x^2 = 288 \quad x = 12\sqrt{2} \quad \text{قطر دایره}$$

۳. الف) زوایای \hat{A} , \hat{B} , \hat{C} و \hat{D} داخلی روبه روبه هستند پس 90° اند پس طبق فرض $AD \parallel CB \leftarrow \hat{C}_1 = \hat{D}_1$ و $\hat{ACD} = \hat{DBC}$

$$AC \parallel DB \leftarrow \hat{D}_2 = \hat{C}_2$$

$$\sqrt{10^2 - \sqrt{19}^2} = CB \rightarrow \sqrt{100 - 19} = CB \rightarrow CB = 9 \text{ cm}$$

ب.



روب روبه کمان BD

$$90^\circ \quad 90^\circ$$

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ$$

$$\text{د} \quad \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$$

$$AD = BC$$

مستقیم BD

$$\hat{A} = \hat{C} = 90^\circ$$

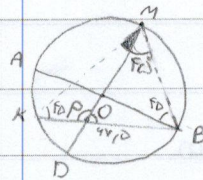
$$\left. \begin{array}{l} \text{فرض} \rightarrow \hat{ABD} = \hat{BCD} \text{ د۱} \rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \\ \hat{B}_2 = \hat{D}_2 \Rightarrow \hat{B} = \hat{D} = 90^\circ \end{array} \right\}$$

زاویدی مغزی و زاویدی محاطی

۱. الف) عمود نیست $۱۷ \times ۲ = ۳۴$ $۱۵ + ۱۲ = ۳۴$ $۲۲۵ + ۹۴ = ۱۱۵۲$

ب) عمود نیست $۲۴ \times ۲ = ۴۸$ $۲۴ + ۹ = ۳۳$ $۵۷۴ + ۱۱ = ۲۷۰۴$

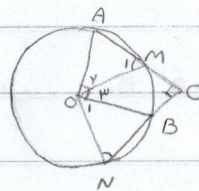
ج) عمود است $۱۲ \times ۲ = ۲۴$ $۱۰ + ۲۴ = ۳۴$ $۱۰۰ + ۵۷۴ = ۹۷۴$



$K\hat{M}O = 90^\circ \rightarrow 110^\circ - (50^\circ + 112^\circ) = 38^\circ$

$M\hat{P}K = 110^\circ - 92^\circ = 18^\circ$

$118^\circ - 34^\circ = 84^\circ$



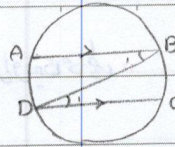
$OB \perp OA$ (فرض) $\widehat{AM} = \widehat{BN}$

$\widehat{AC} \perp \widehat{BC}$

$OA = OB$
 $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$
 $OM = ON$
 $\rightarrow O\hat{A}M \cong O\hat{B}N \rightarrow \hat{M}_1 = \hat{N}_1$

$90^\circ + 110^\circ - \hat{M}_1 + \hat{M}_1 + x = 180^\circ$

$x = 90^\circ \rightarrow \widehat{AC} \perp \widehat{BC}$



(فرض) $AB \parallel CD$ $\widehat{BC} = \widehat{AD}$ (معم)

هـ الف

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \\ \hat{B}_1 = \widehat{AD} \\ \hat{D}_1 = \widehat{BC} \end{array} \right\} \widehat{BC} = \widehat{AD}$$

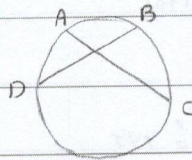
زاویه داخلی دایره

$$\frac{F_0 + F_0}{2} = F_0^\circ$$

$$HPE = \gamma_0^\circ + \gamma_0^\circ = F_0^\circ$$

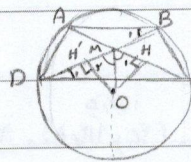
ب

زاویه خارجی مثلث



۴ الف) وترها با یکدیگر غیر متقاطع باشند.

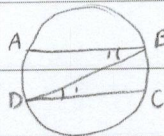
$$\widehat{BC} = \widehat{AD} \rightarrow AC \nparallel BD$$



مساوات \widehat{CMD} (فرض)

ب

ABCD دو نقطه قرار می‌دهند



$$\widehat{AD} = \widehat{BC} \text{ (فرض)}$$

قسمت الف) اثبات

$$\widehat{AB} \parallel \widehat{DC} \text{ (معم)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B}_1 = \widehat{AD} \\ \hat{D}_1 = \widehat{BC} \\ \widehat{AD} = \widehat{BC} \end{array} \right\} \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \xrightarrow{\text{مربع BD}} \widehat{AB} \parallel \widehat{DC}$$

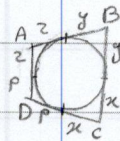
قسمت ب) سؤال ۲

$$\text{هر نقطه‌ای همسایه از دو ضلع زاویه‌ها پیدا می‌کند} \rightarrow OH = OH' \rightarrow AC = DB \rightarrow \widehat{AC} = \widehat{AB} + \widehat{BC} = \widehat{DB} = \widehat{AB} + \widehat{AD} \rightarrow \widehat{AD} = \widehat{BC}$$

$$\widehat{AB} \parallel \widehat{DC} \leftarrow \begin{array}{l} \hat{D}_1 = \hat{B}_1 \\ \widehat{BC} = \widehat{AD} \end{array}$$

دو نقطه‌ای همسایه

ثابت کنید در هر چهار ضلعی محیطی مجموع طول اضلاع روبه روی با هم برابر است.



(ف) محیط دایره ABCD

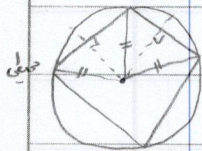
(ع) $AB + CD = AD + BC$ می دانیم اگر از نقطه ای خارج دایره ۲ مماس بردایره رسم کنیم

طول آن دو مماس برابر است پس: $AB + CD = z + y + x + p$

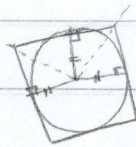
$AD + BC = z + p + y + x$

$AB + CD = AD + BC$

عمود منصف های دو ضلع غیر موازی را رسم می کنیم. محل برخورد آنها: مرکز دایره



محل برخورد

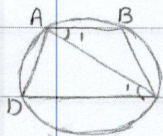


زوايا مرکز دایره است

* روش مستقیم کردن مرکز دایره ی محیطی: و محلی

چون شعاع دایره عمود بر وتر است

ثابت کنید اگر دایره ای از چهار رأس ذوزنقه ای عبور کند، آن ذوزنقه متساوی الساقین است. و نقطه ای که از دو سر پایه عمود بر یکدیگر فاصله است روی عمود منصف است



ز $AB \parallel DC$

ح $AD = BC$

می دانیم وقتی دو کمان با هم برابرند، وترهای نظیر آن ها نیز برابرند

$AB \parallel DC$, $\hat{A}_1 = \hat{C}_1 \rightarrow \hat{A}D = \hat{B}C \rightarrow \overline{AD} = \overline{BC}$

$\hat{A}D = \hat{C}_1 = \hat{B}C = \hat{A}_1$

dye

3. Inauguralfeier der Stadtverwaltung

1908.07.10

1. Inauguralfeier der Stadtverwaltung

1908.07.10

2. Inauguralfeier der Stadtverwaltung

1908.07.10

1908.07.10

1908.07.10

4. Inauguralfeier der Stadtverwaltung

1908.07.10

1908.07.10

5. Inauguralfeier der Stadtverwaltung

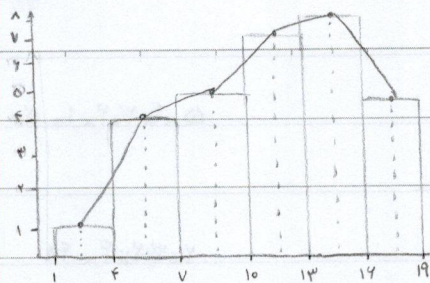
1908.07.10

1908.07.10

6. Inauguralfeier der Stadtverwaltung

1908.07.10

1908.07.10



$72 \leq x < 75$	۶	$72,5$	296	.۸
$75 \leq x < 78$	۹	$76,5$	689	
$78 \leq x < 81$	۱۰	$79,5$	795	
$81 \leq x < 84$	۷	$82,5$	$577,5$	
$84 \leq x < 87$	۳	$85,5$	$256,5$	
	فراوانی	مرکز دسته	مرکز دسته \times فراوانی	.۱۰

$$\frac{6 \times 72,5 + 9 \times 76,5 + 10 \times 79,5 + 7 \times 82,5 + 3 \times 85,5}{40} = \frac{100 + 154 + 144 + 577,5 + 256,5}{40} = \frac{3778}{40} = 94,45$$

$$11,75 \times 2 + 13,75 \times 2 = 23,5 + 27,5 = 51,0$$

$$\frac{127,5}{10} = 12,75$$

$$0,12 \times 10 = 1,2$$

$$1,2 \times 10 = 12$$

$$21 \times 2 = 42 \quad 10 \times 2 = 20 \quad 10 \times 2 + 42 = 62 \quad \frac{62}{2} = 31$$

$$9 \times 9 = 81 \quad 900 \quad \frac{9}{9} = 1 \quad \frac{9}{10} = 0,9 \quad \frac{1}{9} = 0,111$$

$$12 + 3 + 9 + 4 + 3 = 31 \quad 5 \times 5 \times 2 = 50$$

صفر ۲۰ متران

$$\omega \times F \times 3 \times 2 \times 1 = 120 \quad .21$$

$$2 \times 3 \times 2 \times F = 48 \quad .22$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \quad .23$$

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 \quad F = \frac{1}{9} \quad .24$$

$$F = \frac{1}{36} \quad .25$$

$$F = \frac{1}{9} \quad .26$$

دارا سادا
 $\frac{21}{36} > \frac{10}{36} \quad .27$
 در حالت مجموع ۲ می شود

$$F = \frac{1}{36} \quad .28$$

$$\frac{1}{8} \quad .29$$

$$N = \frac{2}{Y_0} \Delta$$

$$F = \frac{3}{10} \quad .30$$

$$F = \frac{1}{9} \quad .31$$

$$\frac{1}{8} \quad .32$$

$$F = \frac{1}{9} \quad .33$$

$$\frac{10}{36} = \frac{5}{18} \quad .34$$

$$\frac{11}{12} \quad .35$$

$$\frac{1}{4} \quad .36$$

$$F = \frac{1}{8} - \frac{1}{8} \quad .37$$

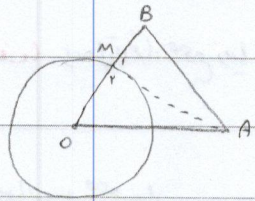
$$34 - 10 = 11$$

$$\frac{11}{36} \quad .38$$

$$\frac{1}{3} \quad .39$$

$$2 \times 1 = 2 \quad .40$$

خط دایره:



فرض $OM = MB$ $OA = AB$ $\hat{O} = \hat{B}$

۱. الف)

AM مماس بر دایره (حکم)

راه حل مرفهیه صحیح

$AO = AB$

$\hat{O} = \hat{B}$

$OM = MB$

فرض

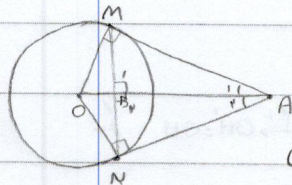
$\triangle AMO \cong \triangle AMB \rightarrow \hat{M}_1 = \hat{M}_2 = 90^\circ$

می دانیم که خط مماس بر نقطه‌ای تماس بر

شعاع دایره عمود است پس AM مماس بر دایره است: حکم

راه حل سمیم اگر O را به B وصل کنیم (شعاع دایره) زاویه \hat{OBA} چون مقابل قعر دایره است 90° می باشد پس AB بر شعاع دایره

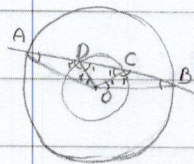
عمود است پس مماس است بر دایره.



فرض $AM = AN$ $\hat{M} = \hat{N} = 90^\circ$ شعاع $OM = ON$
مماس بر دایره
عمود منصف MN (حکم)

۲. الف)

فرض $OM = ON$ $\hat{M} = \hat{N} = 90^\circ$ شعاع OA عمود منصف
 $\triangle OAM \cong \triangle OAN \rightarrow \begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ AM = AN \end{cases} \xrightarrow{\text{شعاع } AB} \triangle ABM \cong \triangle ABN \rightarrow \begin{cases} \hat{B}_1 = \hat{B}_2 = 90^\circ \\ BN = BM \end{cases}$



فرض O مرکز دایره (فرض)

شعاع $OB = OA$

شعاع $OC = OD$

و $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$

$OB = AB$

ب)

۳.

فرض $\triangle OCB \cong \triangle ODA \rightarrow CB = AD$

شعاع $OA = OB \rightarrow \hat{OBA} \rightarrow \hat{B} = \hat{A}$

مساوی الساقین

شعاع $OC = OD \rightarrow \hat{OCD} \rightarrow \hat{C} = \hat{D}$

مساوی الساقین

$\begin{cases} 180 - \hat{B} - \hat{C} = 180 - \hat{A} - \hat{D} \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \end{cases}$

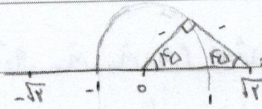
دایره

* شعاع عمود بر وتر، آن وتر را نصف می‌کند

٤. الف) $\sqrt{2} + \sqrt{2} = 4$ $\sqrt{4} = 2$ $\frac{2}{2} = 1$ صحيح زيدا

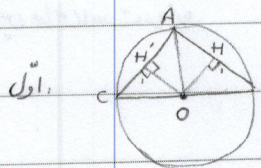
٤. ب) $(\sqrt{3}\sqrt{2})^2 - \sqrt{2}^2 = 18 - 2 = 16$ $\sqrt{16} = 4$ $\frac{4}{4} = 1$ صحيح زيدا

مثبت: ادراك الزاوية



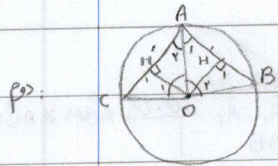
٥. $\sqrt{12^2 - 1^2} = \sqrt{144 - 1} = \sqrt{143} = \sqrt{10} = 4\sqrt{5}$ لازم ليست

فاصله مركز تا وتر مفروض: $\sqrt{2^2 - 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$
 $36 - 16 = 20$



٦. عكس يديك $\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$ $\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$ $\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$
 $\perp AB \perp AC$ $BH = CH$ $AB = AC$ (فرض)
 $OH = OH'$ (حلم)

$OB = OC$ شعاع
 $\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$ طرف
 $BH = CH$ طرف
 $\hat{O}HB \equiv \hat{O}H'B$ $\hat{O}H = \hat{O}H'$ (حلم)



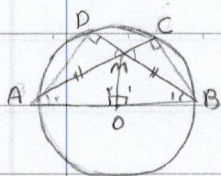
(فرض) $OH = OH'$ $\hat{H}_1 = \hat{H}_2$
 (حلم) $AB = AC$

$OB = OC$ شعاع

$OH = OH'$ طرف
 $\hat{H}_1 = \hat{H}_2$ طرف
 $\hat{O}HB \equiv \hat{O}H'B$ $\hat{B} = \hat{C}$

$\hat{B} = \hat{A} = \hat{C} = \hat{A}$ $180 - \hat{A} = \hat{C} = 180 - \hat{A} = \hat{B}$

$\hat{O}_1 = \hat{O}_2$ $\hat{O}A = \hat{O}A$ $\hat{O}B = \hat{O}C$
 $\hat{O}AC \equiv \hat{O}AB$ $AB = AC$ (حلم)



نقطه M بر AB (فرض)

(حکم) $BD = AC$

۷.

با همسانگردی ثابت می‌شود

شعاع $OB = OA$

$\hat{O}_1, \hat{O}_2 = 90^\circ$ (فرض) $\rightarrow \hat{OBM} \cong \hat{OAM}$ (۱) $\rightarrow \hat{B}_1 = \hat{A}_1$ (۲)
 $BM = AM$

خطوط متقاطع OM

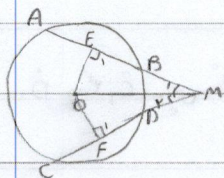
$\hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$
 $\hat{O}_1, \hat{O}_2 = 90^\circ$ (فرض) $\rightarrow \hat{ADB} \cong \hat{ACB}$ (۱) $\rightarrow BC = AD$ (۲)
خطوط متقاطع AB

$\hat{O}_1, \hat{O}_2 = 90^\circ$

$\hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$ (فرض) $\rightarrow \hat{BCM} \cong \hat{ADM}$ (۱) $\rightarrow MC = MD$

$BM = AM$

$DM + MB = AM + MC$
 $\rightarrow \overline{BD} = \overline{AC}$ (حکم)



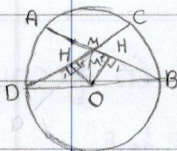
(فرض) $AB = CD$

(حکم) OM نیم‌ساز $\hat{A}MC$

۸.

نقطه E و F بر MA و MC به گونه‌ای که $OE = OF$

$OE = OF$ (فرض) $\rightarrow \hat{OEM} \cong \hat{OFM}$ (۱) $\rightarrow \hat{E}_1 = \hat{F}_1$ (۲) $\rightarrow OM$ نیم‌ساز $\hat{A}MC$
خطوط متقاطع OM



(فرض) $AB = DC$

(حکم) $AM = CM, BM = DM$

۹.



شعاع $OB = OD$

$OH = OH'$ (فرض) $\rightarrow \hat{OHB} \cong \hat{OHD}$ (۱) $\rightarrow \overline{HB} = \overline{HD}$

$\hat{H}_1 = \hat{H}'_1 = 90^\circ$ (فرض) $\rightarrow \hat{OHM} \cong \hat{OH'M}$ (۲) $\rightarrow \overline{MH} = \overline{MH'}$

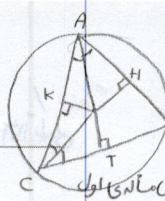
خطوط متقاطع OM

$AM + MB = CM + MD \rightarrow AM = CM$

$\hat{O}_1, \hat{O}_2 = 90^\circ$

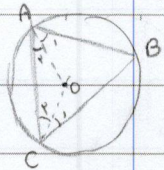
$\hat{M}_1 = \hat{M}'_1$

$\rightarrow \overline{MB} = \overline{MD}$ (۳)



سؤال ۱۰
 ① $\overline{OK} = \overline{OH}$ ← روی نیمساز A
 ② $\overline{OT} = \overline{OH}$ ← روی نیمساز C
 ③ $\overline{OT} = \overline{OK} = \overline{OH}$ ← ① و ② مطابق

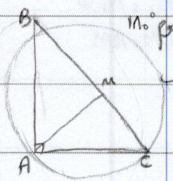
صغیر ۱۳۸ تکمیلی



فرض $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ $\hat{C}_1 = \hat{C}_2$
 نیمساز
 (ح) $\hat{A} \hat{B} \hat{C}$
 متساوی الساقین

۱۰.

متساوی الساقین $OA = OC$ شعاع $\hat{O} \hat{A} \hat{C} \rightarrow \hat{A}_2 = \hat{C}_2 \rightarrow \hat{A}_2 = \hat{A}_1 = \hat{C}_2 = \hat{C}_1 \rightarrow \hat{A} = \hat{C} \rightarrow \hat{A} \hat{B} \hat{C}$
 متساوی الساقین



ناله ی دوم 110°
 (ن) $\hat{A} \hat{B} \hat{C}$ قائم الزاویه
 (ع) $AM = \frac{1}{2} BC$
 شعاع
 $AM = \frac{1}{2} BC$ ← پس BC قف است

صغیر ۱۴۰ تکمیلی

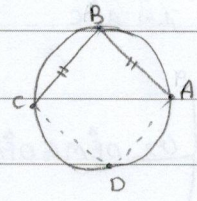
۸. شرح مسأله قبل اثبات شده است

۹. C را به D وصل می کنیم. مرکز فرضی را به O وصل می کنیم. D را به مرکز وصل می کنیم. می دانیم که خط مماس در نقطه A عمود بر شعاع OA است.

$$\hat{C}_1 = \frac{40}{2} = 20^\circ$$

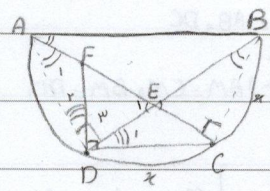
عمود است پس $\hat{D}_1 = 90^\circ$ ← $\hat{C} \hat{B} \hat{D}$ متساوی الاضلاع است $CB = CD$

از طرف دیگر $\hat{D}_1 = 120^\circ$ و $\hat{C}_1 = 30^\circ$ پس $\hat{A} = 30^\circ$ و $\hat{A} \hat{C} \hat{D}$ متساوی الاضلاع است ← $AD = CD = CB = \frac{1}{2} AB$



۱۱.

(الف) خیر BD نیمساز \hat{B} باشد. (ب) خیر BD باید نیمساز \hat{D} باشد.



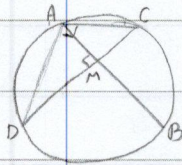
۱۱. فرض $\hat{BC} = \hat{CD}$ $AB \parallel CD$ $AD \parallel BC$

(ح) F وسط AE

$$\hat{D}_1 = x = \hat{A}_1$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{D}_1 + \hat{D}_2 = \hat{D}_2 + \hat{D}_3 \rightarrow \hat{D}_1 = \hat{D}_3 = \hat{A}_1 \rightarrow DF = AF \\ \hat{D}_3 = 90 - \frac{x}{2} = \hat{E}_1 \rightarrow DF = EF \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &AE \text{ وسط } F \\ &DF = AF = EF \end{aligned}$$

۱۲. کتاب



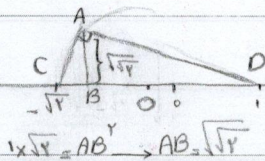
۱. $AB \perp CD$ (دقیق) CD قطر

۲. $AM^2 = CM \times DM$

$$AC^2 + AD^2 = (CM + DM)^2 \rightarrow AM^2 + MD^2 + AM^2 + CM^2 = CM^2 + MD^2 + 2 \times MD \times CM$$

$$2 \times AM^2 = 2 \times MD \times CM \rightarrow AM^2 = MD \times CM$$

عود منصف CD را بر می کشیم - مرکز
به مرکز O و شعاع OC را بر می کشیم - دایره



۳. الف) دو وتر غیر موازی رسم، محل برخورد عمود منصف های آن دو مرکز است.

سوال ۲

$$\begin{cases} AM^2 = CM \times DM \\ AM = \sqrt{CM \times DM} \rightarrow CM \times DM = 2 \end{cases}$$

ب) گفت وگو

۴. n محور متعارف خواهد داشت

۵. اگر M مرکز و AB وتر باشد شماره در زیر این صورت ۱۲

Unit 1

1

2

3

4

5

6

7

8

تعداد مقسوم علیه های یک عدد
شمارنده

$$۳۵ \Rightarrow ۵ \times ۷ \rightarrow (۱+۱)(۱+۱) = ۴ \rightarrow \text{تعداد شمارنده ها}$$

$$۱۲۰ = ۲^3 \times ۳ \times ۵ \quad \text{شمارنده ها: } ۴ \times ۲ \times ۲ \times ۱۶$$

به توان عامل ها یک واحد اضافی کنیم زیرا حالت صفر (آن عامل ضرب نباشد) به حالت ها افزوده می شود.

* چون توان ها را از صفر می شماریم

$$a = p_1^{\alpha_1} \times p_2^{\alpha_2} \times p_3^{\alpha_3} \times \dots \times p_n^{\alpha_n}$$

$$\text{تعداد شمارنده های عدد } a = (\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1) \dots (\alpha_n + 1)$$

9.6

inductively

$$9 \cdot (1+1)(1+1) \dots 1+1 = 2^9$$

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = 9!$$

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = 9!$$

$$(1+1) \cdot (1+1) \cdot (1+1) \cdot (1+1) \cdot (1+1) \cdot (1+1) \cdot (1+1) \cdot (1+1) \cdot (1+1) = 2^9$$